Modélisation du comportement des systèmes 3

Frédéric Boulanger

Novembre 2019

Rappels

Modèles et langages

- modèle : représentation simplifiée d'un système pour un objectif donné
- un modèle est écrit dans un langage de modélisation
- un langage de modélisation est modélisé par un métamodèle

Sémantique des modèles

- sémantique : sens donné à un modèle
- sémantiques opérationnelle, dénotationnelle, axiomatique
- sémantique abstraite : opérations abstraites + moteur générique
- modèle de calcul : loi de composition de comportements

Modèles de calcul usuels

Les classiques

Utilisés dans de nombreux outils de simulation :

- automates
- équations différentielles ordinaires
- événements discrets
- flots de données

Les modèles du parallélisme

- threads et sémaphores
- CSP (Concurrent Sequential Processes) et le rendez-vous
- le réactif synchrone

Kahn Process Networks

Gilles Kahn, 1977

Réseaux de processus de Kahn

- chaque acteur est un processus
- communication par FIFOs
- l'écriture sur un port est non bloquante
- la lecture sur un port est bloquante s'il n'y a pas de donnée
- il est interdit de tester la disponibilité de données sur un port

Domaines d'application

- systèmes distribués
- traitement du signal

Kahn Process Networks

Points forts

- déterminisme (comportement indépendant de l'ordonnancement et du placement des processus)
- modélise facilement des processus de traitement infinis

Exemple : calcul des puissances de 2 et de 3

Point faible

- difficulté à exprimer le contrôle

Exemple : calcul des puissances de 2 et de 3
calcul des puissances de 2 et de 3 inférieures à 9

Exécution

- algorithme de Parks (1995)
- execution avec buffers bornés : indécidable

SDF : Synchronous Data Flow

Restriction des KPN

- à chaque activation, un processus SDF consomme et produit un nombre fixe de données sur chacun de ses ports
- ordonnancement statique
- dimensionnement statique des buffers

Exemples

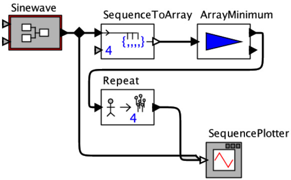
- Spectre d'un signal modulé
- Décomposition en séries de Fourier
- Équations d'équilibrage

Point faible

- difficulté à exprimer le contrôle

Équations d'équilibrage

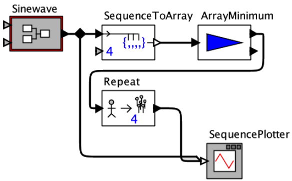
On cherche une suite d'activation des blocs de longueur minimale, non vide, qui laisse invariant le nombre de données présentes.



$$
\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= p \times n_{\text{seq2array}} \\
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} \\
n_{\text{arraymin}} &= n_{\text{repeat}} \\
r \times n_{\text{repeat}} &= n_{\text{seqplot}} \\
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}}
\end{aligned}
$$

Équations d'équilibrage

On cherche une suite d'activation des blocs de longueur minimale, non vide, qui laisse invariant le nombre de données présentes.



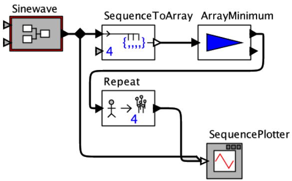
$$
\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= p \times n_{\text{seq2array}} \\
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} \\
n_{\text{arraymin}} &= n_{\text{repeat}} \\
r \times n_{\text{repeat}} &= n_{\text{seqplot}} \\
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}}
\end{aligned}
$$

d'où :

$$
\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}} \\
&= p \times n_{\text{seq2array}} \\
&= r \times n_{\text{repeat}}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} \\
&= n_{\text{repeat}}
\end{aligned}
$$

Équations d'équilibrage

On cherche une suite d'activation des blocs de longueur minimale, non vide, qui laisse invariant le nombre de données présentes.



$$\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= p \times n_{\text{seq2array}} \\
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} \\
n_{\text{arraymin}} &= n_{\text{repeat}} \\
r \times n_{\text{repeat}} &= n_{\text{seqplot}} \\
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}}
\end{aligned}$$

d'où : $$\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}} \\
&= p \times n_{\text{seq2array}} \\
&= r \times n_{\text{repeat}}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} \\
&= n_{\text{repeat}}
\end{aligned}$$

Possible uniquement si $p = r$ avec :

$$\begin{aligned}
n_{\text{sin}} &= n_{\text{seqplot}} = p \\
n_{\text{seq2array}} &= n_{\text{arraymin}} = n_{\text{repeat}} = 1
\end{aligned}$$

DDF : Dynamic Data Flow

Extension de SDF avec contrôle booléen

- acteurs `BooleanSwitch` et `BooleanSelect`
- taux de production/consommation non constants
- ordonnancement statique parfois possible
- dimensionnement statique des buffers parfois possible

Exemples

- Alternative : `if` (C) branche_T `else` branche_F `endif`
- Boucle : `while` (C) body `end`
- Tours de Hanoï : modèle récursif

DE : Discrete Events

Événements discrets

- un acteur est un processus
- les processus communiquent par envoi d'événements
- un événement porte une valeur et se produit à une date

Applications

- modélisation de réseaux de communication
- modélisation de processus aléatoires
- interconnexion entre modèles

Exemples

- Routage de paquets sur Internet
- Bus et voyageurs

CT : Continuous Time

Temps continu

- un acteur est une fonction du temps continu
- un modèle est un système d'équations différentielles
- un solveur résout numériquement le système

Applications

- modélisation de la dynamique des systèmes physiques
- modélisation de l'environnement d'un système logiciel

Exemples

- Attracteur de Lorenz
- Pendule amorti

Attracteur de Lorenz

Edward Lorenz, 1963
Simplification des équations de couplage entre atmosphère et océan.

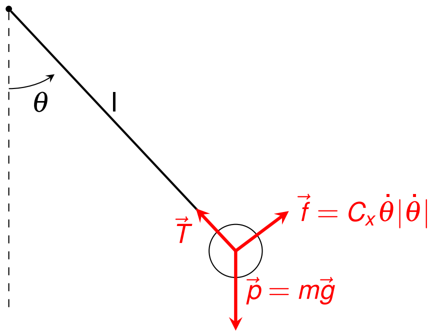
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = (\lambda - x_3)x_1 - x_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \beta x_3 \end{cases}$$

- x_1 intensité du mouvement de convection
- x_2 différence de température entre courants ascendants/descendants
- x_3 non linéarité du profil vertical de température

Système chaotique avec attracteur étrange pour certaines valeurs de σ, λ et β.

Modèle de Lorenz

Pendule amorti



Modèle CT

$$\vec{T} + \vec{p} + \vec{f} = ml\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta - \frac{C_x}{ml}\dot{\theta}|\dot{\theta}|$$